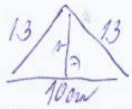
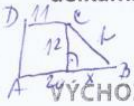
Pravoúhlý trojúhelník



1 **Vypočtěte v cm^2 obsah rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna má délku 10 cm a jehož rameno je o 3 cm delší než základna.** $v = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12\,cm$

$S = \frac{z \cdot v}{2} = \frac{10 \cdot 12}{2} = 5 \cdot 12 = \underline{60\,cm^2}$

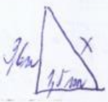
2 **Vypočtěte v cm délku ramene *BC* pravoúhlého lichoběžníku *ABCD* s pravým úhlem při vrcholu *A*, délkami základen 20 cm a 11 cm a výškou délky 12 cm.**



$x = 20 - 11 = 9\,cm$ $\quad b = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = \underline{15\,cm}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

Adam opřel žebřík o dům tak, že horní konec žebříku dosahoval k oknu ve výšce 3,6 m a dolní konec stál na vodorovné zemi a byl od zdi odstaven o 1,5 m.



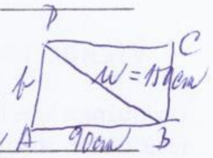
$x = \sqrt{3{,}6^2 + 1{,}5^2} = \sqrt{12{,}96 + 2{,}25} = \sqrt{15{,}21} \doteq 3{,}9\,m = \underline{39\,dm}$

3 **Jaká je délka žebříku?**

A) 33 dm B) 35 dm C) 37 dm D) 39 dm E) žádná z uvedených

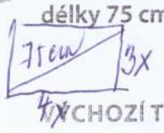
4 **Jaký je obvod obdélníku s úhlopříčkou délky 150 cm a délkou jedné strany 90 cm?**

A) 200 cm B) 210 cm C) 240 cm D) 360 cm E) žádný z uvedených



$b = \sqrt{150^2 - 90^2} = \sqrt{22500 - 8100} = \sqrt{14400} = \underline{120\,cm}$ $\quad O = 2(90 + 120) = \underline{420\,cm}$

5 **Vypočtěte v cm délku a šířku obdélníkového displeje s poměrem délek stran 4 : 3 a úhlopříčkou délky 75 cm.**



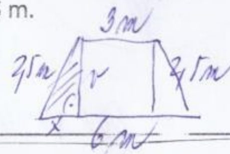
$75^2 = (3x)^2 + (4x)^2; \quad 5625 = 9x^2 + 16x^2; \quad 5625 = 25x^2; \quad x^2 = 5625 : 25$

$x^2 = 225; \quad \underline{x = 15} \Rightarrow a = 4x = 4 \cdot 15 = \underline{60\,cm}$

$b = 3x = 3 \cdot 15 = \underline{45\,cm}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

V rámci protipovodňových opatření byl vybudován val, jehož průřezem je rovnoramenný lichoběžník s délkami základen 6 m a 3 m a délkou ramene 2,5 m.



$x = (6 - 3) : 2 = 1{,}5\,m$

6 **Určete v m výšku valu.**

$v = \sqrt{2{,}5^2 - 1{,}5^2}$

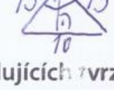
$v = \sqrt{6{,}25 - 2{,}25}$

$v = \sqrt{4}$

$\underline{v = 2\,m}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

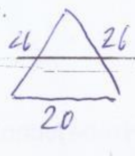
Výrobce pravítek chce na trh uvést nové pravítko – trojúhelník s ryskou. Dle návrhu by strany pravítka měly mít délky 13 cm, 13 cm a 10 cm.



7 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (7.1–7.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

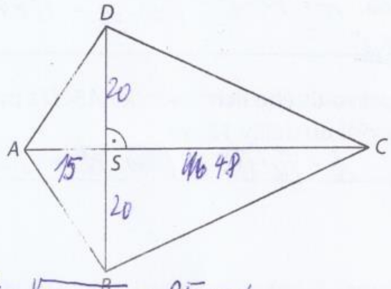
přepona (základna) musí být nejdelší

		A	N
7.1	Pravítko s danými rozměry bude mít tvar pravoúhlého trojúhelníku.	☐	☒
7.2	Na pravítko s danými rozměry lze vyznačit rysku.	☒	☐
7.3	Pokud výrobce vyrobí pravítko s dvojnásobnými rozměry, pak takové pravítko bude mít tvar pravoúhlého trojúhelníku.	☐	☒



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží čtyřúhelník $ABCD$, jehož úhlopříčky jsou na sebe kolmé a protínají se v bodě S. Bod S je středem úhlopříčky BD o délce 40 cm a úhlopříčku AC o délce 63 cm dělí v poměru 5 : 16.



$63:(5+16)=63:21=3$

$|AS| = 5\cdot 3 = 15\,cm$

$|SC| = 16\cdot 3 = 48\,cm$

$|AD| = |AB| = \sqrt{20^2+15^2} = \sqrt{400+225} = \sqrt{625} = \underline{25\,cm}$

$|BC| = |DC| = \sqrt{48^2+20^2} = \sqrt{2304+400} = \sqrt{2704} = 52\,cm$

8

8.1 **Vypočtěte v cm obvod čtyřúhelníku $ABCD$.** $o = 2(|AB|+|BC|) = 2\cdot(25+52) = 2\cdot 77 = \underline{154\,cm}$

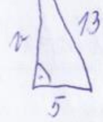
8.2 **Vypočtěte v cm^2 obsah čtyřúhelníku $ABCD$.** $S = 2\cdot\left(\frac{20\cdot 15}{2} + \frac{20\cdot 48}{2}\right) = 2\cdot(150+480) = \underline{1260\,cm^2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Do kružnice je vepsána čtyřcípá hvězda, která je složena ze čtverce a čtyř stejných rovnoramenných trojúhelníků. Obsah čtverce je 100 cm^2 a ramena trojúhelníků mají délku 13 cm.

$S_\square = 100\,cm^2$

$a = 10\,cm$



$v = \sqrt{13^2-5^2}$

$v = \sqrt{169-25}$

$v = \sqrt{144}$

$v = \underline{12\,cm}$

$S = S_\square + 4\cdot S_\Delta = 100\,cm^2 + \cancel{4}2\cdot\frac{10\cdot 12}{\cancel{2}} =$

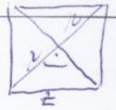
$= 100 + 240 = 340\,cm^2$

9 **Jaký obsah má hvězda?**

A) 160 cm^2 B) 200 cm^2 C) 240 cm^2 D) 340 cm^2 E) žádný z uvedených

---

10 **Vypočtěte v cm délku přepony rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku o obsahu 25 cm^2.**

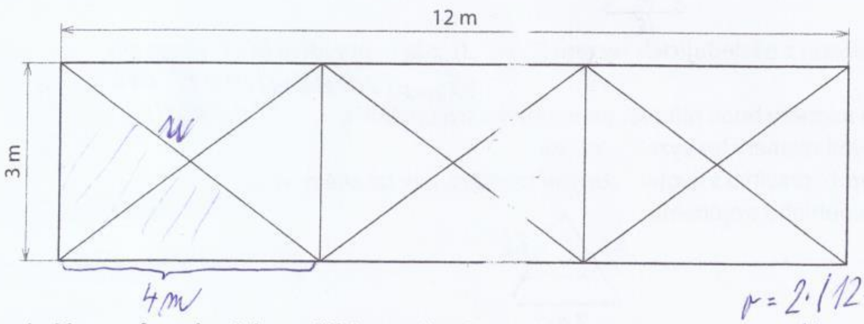


$S_\square = 4\cdot 25 = 100\,cm^2$

$n = \sqrt{100} = \underline{10\,cm}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Firma vyrábí z ocelových profilů díly, z nichž se montují jeřáby. Každý díl se skládá z rámu tvaru obdélníku, který je rozdělen na tři shodné části, a z výztuh. Rám má rozměry 3 m a 12 m.



$u = \sqrt{3^2+4^2}$

$u = \sqrt{9+16}$

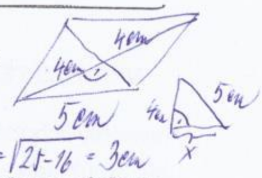
$u = \sqrt{25}$

$u = 5\,m$

$o = 2\cdot(12+3) + 6\cdot 5 + 2\cdot 3$

11 **Vypočtěte, kolik metrů ocelových profilů je použito k výrobě jednoho dílu.** $o = \underline{66\,m}$

12 Vypočtěte v cm² obsah kosočtverce o straně délky 5 cm a délkou delší úhlopříčky 8 cm.

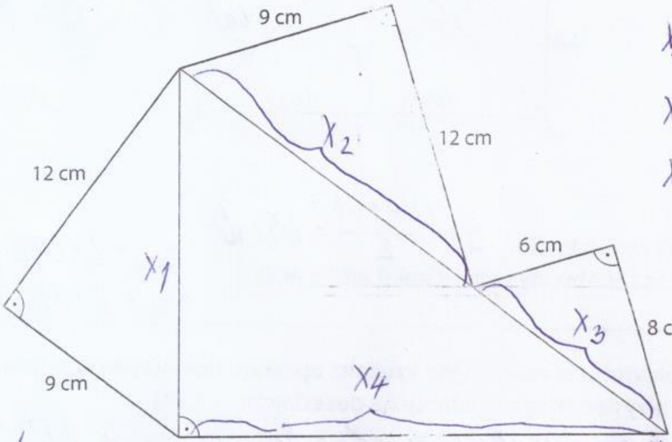


$S = 4 \cdot S_{\triangle} = 4 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 12 = \underline{24\ cm^2}$

$x = \sqrt{25-16} = 3cm$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Justýna má sadu papírových pravoúhlých trojúhelníků tří různých velikostí. Nejmenší trojúhelník má odvěsny dlouhé 6 cm a 8 cm, prostřední trojúhelník má odvěsny dlouhé 9 cm a 12 cm. Justýna ze čtyř trojúhelníků poskládala sedmiúhelník.



$x_1 = \sqrt{12^2+9^2}$
$x_1 = \sqrt{144+81}$
$x_1 = \sqrt{225}$
$\underline{x_1 = 15cm}$

$x_2 = x_1$
$x_3 = \sqrt{6^2+8^2}$
$x_3 = \sqrt{36+64};\ x_3 = 10cm$

$x_4 = \sqrt{(x_2+x_3)^2 - x_1^2}$
$x_4 = \sqrt{25^2-15^2}$
$x_4 = \sqrt{625-225}$
$x_4 = \sqrt{400}$
$x_4 = 20cm$

$S = \frac{x_1 \cdot x_4}{2} = \frac{15 \cdot 20}{2} = \underline{150\ cm^2}$

13 Vypočtěte v cm² obsah největšího trojúhelníku v sadě.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Pravoúhlý trojúhelník *ABC* s délkami odvěsen 3 cm a 4 cm je podobný trojúhelníku *KLM*, jehož nejdelší strana má délku 20 cm.

$c = ?$

$c = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5cm$ $\quad k = \frac{20}{5} = 4 \Rightarrow \triangle KLM:\ k = 4 \cdot 3 = \underline{12cm}$, $l = 4 \cdot 4 = \underline{16cm}$

14 Určete v cm délky zbývajících dvou stran trojúhelníku *KLM*.

$\triangle XYZ$

15 Vypočtěte v cm² obsah pravoúhlého trojúhelníku s přeponou délky 30 cm, který je podobný pravoúhlému trojúhelníku s odvěsnami délek 4,5 cm a 6 cm. $\Rightarrow c = \sqrt{4{,}5^2+6^2} = \sqrt{20{,}25+36} = \sqrt{56{,}25} = 7{,}5cm$

$k = \frac{30}{7{,}5} = 4 \Rightarrow x = 4 \cdot 4{,}5 = 18cm$, $y = 4 \cdot 6 = 24cm$ $\quad S = \frac{18 \cdot 24}{2} = \underline{216\ cm^2}$

16 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

přepona $\sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10cm$

		A	N
16.1	Poloměr kružnice opsané pravoúhlému trojúhelníku s délkami odvěsen 6 m a 8 m má délku 5 m. Střed leží uprostřed přepony	☒	☐
16.2	Trojúhelník s délkami stran $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm a $\sqrt{5}$ cm je pravoúhlý. $\sqrt{5}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2$	☒	☐
16.3	Poloměr kružnice opsané obdélníku s délkami stran 2,5 cm a 6 cm má délku 6,5 cm.	☐	☒

$w = \sqrt{2{,}5^2+6^2} = \sqrt{6{,}25+36} = 6{,}5 \quad : 2 = 3{,}25$

17 Přiřaďte ke každé úloze (17.1–17.3) odpovídající výsledek (A–F).

17.1 V rovině leží obdélník *ABCD* se stranou *AB* délky 2 cm a délkou úhlopříčky 5 cm. Kolik cm měří strana *BC* obdélníku? $= \sqrt{25-4} = \sqrt{21}$ — F

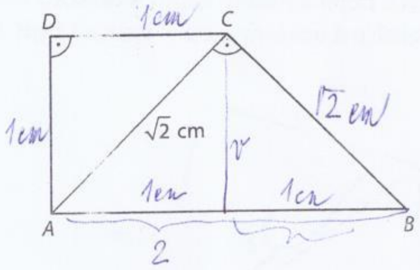
17.2 Úhlopříčka čtverce má délku 2 cm. Kolik cm měří strana čtverce? $a = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ — A

17.3 Obdélník má strany délek 1 cm a 3 cm. Kolik cm měří úhlopříčka obdélníku? $w = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ — E

A) $\sqrt{2}$ cm B) $\sqrt{3}$ cm C) $\sqrt{5}$ cm D) $\sqrt{7}$ cm E) $\sqrt{10}$ cm F) jiný výsledek

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 18

Pravoúhlý lichoběžník *ABCD* se základnami *AB* a *CD* je rozdělen úhlopříčkou *AC* na dva rovnoramenné pravoúhlé trojúhelníky. Délka úhlopříčky *AC* je rovna $\sqrt{2}$ cm.



$|AB| = \sqrt{\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2} = \sqrt{4} = 2\,cm$

$v = \sqrt{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \sqrt{1} = 1\,cm$

není nutné

18

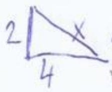
18.1 **Vypočtěte v cm^2 obsah lichoběžníku.** $S = \frac{(2+1)\cdot 1}{2} = 1{,}5\,cm^2$

18.2 **Vypočtěte, o kolik cm se liší obvody trojúhelníků *ABC* a *ACD*.**

$o_{ABC} = 2 + 2\cdot\sqrt{2}$

$o_{ACD} = 2 + \sqrt{2}$ $\Rightarrow$ rozdíl $\sqrt{2}$ cm

19 Vypočtěte v dm^2 obsah kruhu ohraničeného kružnicí opsanou pravoúhlému trojúhelníku s délkami odvěsen 2 dm a 4 dm a výsledek zaokrouhlete na desetiny ($\pi \doteq 3{,}14$).



$x = \sqrt{4^2 + 2^2}$

$x = \sqrt{20}$

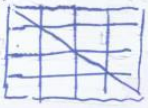
střed je v polovině přepony $\Rightarrow r = \frac{\sqrt{20}}{2}$

$S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot \left(\frac{\sqrt{20}}{2}\right)^2 = 3{,}14 \cdot \frac{20}{4} = 3{,}14 \cdot 5 = 15{,}70 = 15{,}7\,dm^2$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 20

Obdélník *ABCD* lze rozdělit na několik menších shodných obdélníků s délkami stran 6 cm a 8 cm. Úhlopříčka obdélníku *ABCD* je tvořena úhlopříčkami čtyř menších obdélníků.

$u_1 = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\,cm$



$u = 4 \cdot u_1$

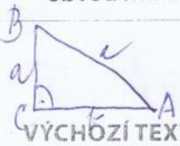
$u = 4 \cdot 10$

$u = 40\,cm$

20 Vypočtěte v cm délku úhlopříčky obdélníku *ABCD*.

21 Určete v cm délku odvěsny *b* pravoúhlého trojúhelníku *ABC* s pravým úhlem při vrcholu *C*, jehož obvod má délku 80 cm a pro délky zbývajících dvou stran platí *a* : *c* = 8 : 17. $\Rightarrow$ $b = 15$

$b = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$



$o = 80\,cm$

$a : c = 8 : 17$

$a : b : c = 8 : 15 : 17$

$o = a + b + c = 8x + 15x + 17x$

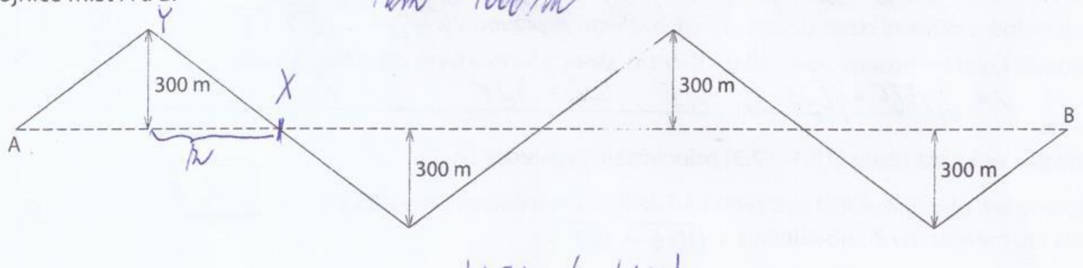
$80 = 40x$

$x = 2 \Rightarrow b = 15 \cdot 2 = 30\,cm$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Plachetnice má plout z místa A do místa B. Jelikož však vítr vane opačným směrem, naplánoval kapitán trasu dle obrázku. Celková délka plánované trasy, která je na obrázku složena z ramen shodných rovnoramenných trojúhelníků, měří 4 km. Podle plánu by měla plachetnice měnit směr vždy ve vzdálenosti 300 m od nejkratší spojnice míst A a B.

$4\,km = 4000\,m$



22 Určete v km vzdálenost míst A a B.

$|AB| = 4 \cdot |AX|$

$|YX| = 4000 : 8$

$|YX| = 500\,m$

$h = \sqrt{|YX|^2 - 300^2}$

$h = \sqrt{500^2 - 300^2}$

$h = \sqrt{250000 - 90000}$

$h = \sqrt{160000}$

$h = 400\,m \Rightarrow |AX| = 800\,m$

$|AB| = 4 \cdot 800$

$|AB| = 3200\,m = 3{,}2\,km$